

Campo magnético variável

Já vimos que a passagem de uma corrente eléctrica cria um campo magnético em torno de um condutor através do qual a corrente flui. Esta descoberta de Orsted levou os cientistas a desejarem saber se também poderia ser possível, de algum modo, inverter o processo e excitar o fluxo de corrente num circuito por meio de um campo magnético. As experiências iniciais de facto não foram bem sucedidas porque os fluxos magnéticos estacionários não induzem qq f.e.m. ou fluxo de corrente num circuito.

Somente por volta de 1831 descobriu-se que uma **corrente eléctrica poderia ser gerada magneticamente, mas tal efeito é apenas observado quando o fluxo magnético que atravessa o circuito varia com o tempo.** Este fenómeno é referido como indução electromagnética e, as correntes e f.em. que são geradas deste modo são chamadas de **correntes induzidas e f.e.m. induzida.**

A indução electromagnética foi descoberta de forma independente e praticamente simultanea pelos físicos Michael Faraday (1791-1867) e Joseph Henry (1797-1878).

“Sempre que há um fluxo magnético que varia com o tempo através de um circuito, uma f.e.m. é induzida no circuito, sendo o módulo desta directamente proporcional à taxa de variação do fluxo magnético em relação ao tempo”

$$e(t) = - \frac{d\Psi}{dt}$$

Lei de Faraday

ou

Lei Geral da Indução

$e(t)$ = f.e.m. induzida

Ψ = fluxo magnético total associado ao percurso de indução.

Lei de Lenz¹:

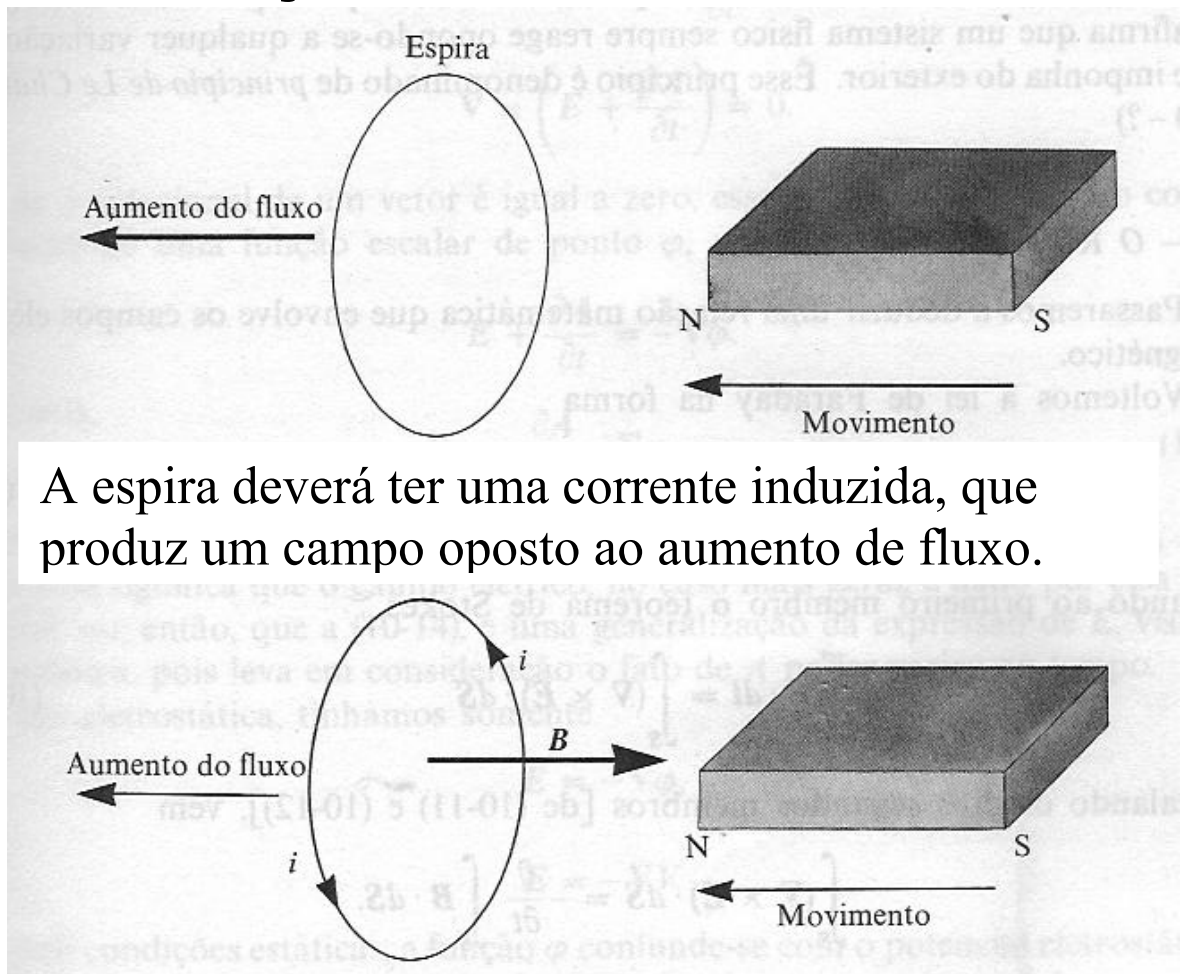
As correntes induzidas fluem de tal modo que os seus próprios efeitos magnéticos opõem-se à variação de fluxo que os originou.

Resumindo:

Para que a Lei de Faraday possa conter a informação do sentido, ela deve ser escrita com o sinal negativo!!!!

¹ Heinrich Friedrich Emil Lenz (1804-1865). Físico alemão que em 1834, determinou a polaridade de fem induzida.

Visualização da Lei de Lenz

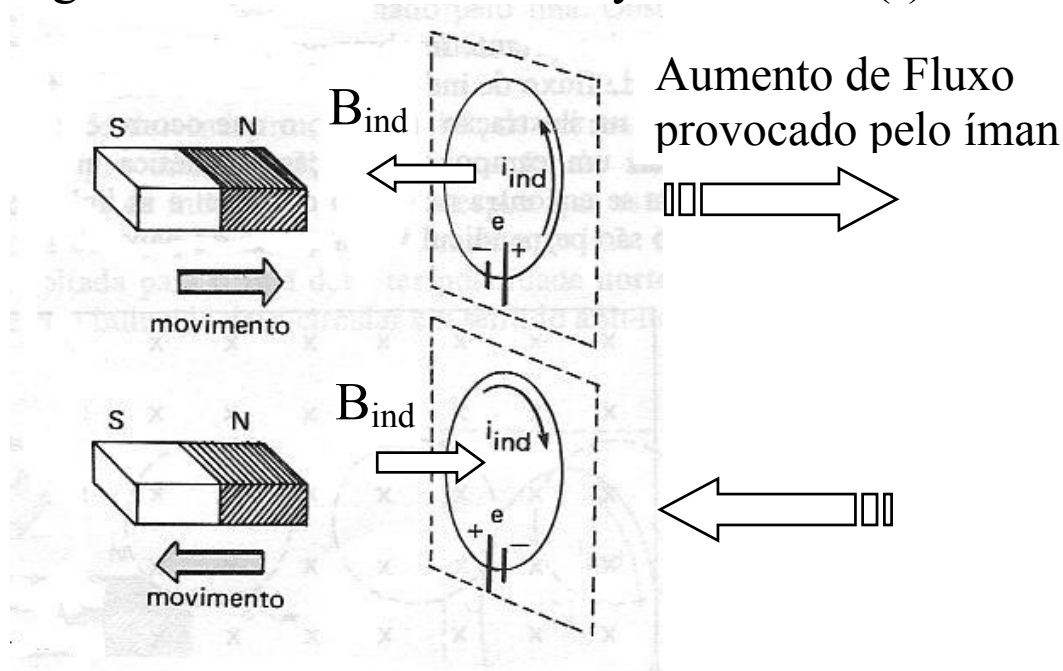


“Os efeitos da fem induzida tendem a opor-se às causa que lhe deram origem.”

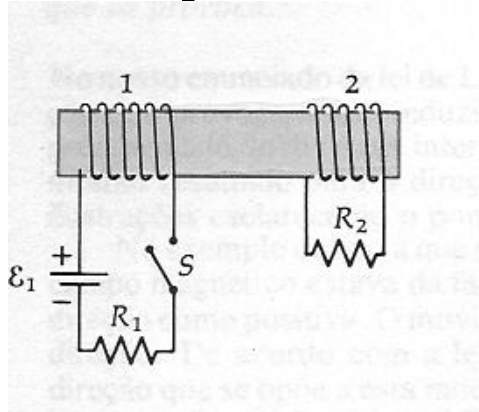
Para produzirmos uma corrente induzida num circuito é preciso que tenhamos um campo magnético cujo fluxo através do circuito varie. Não esquecendo que sempre que houver uma corrente eléctrica, esta produzirá um campo magnético, então se o sinal da lei de Faraday fosse (+) ao invés de (-), i.e.,

$$e(t) = + \frac{d\Psi}{dt}$$

Significaria que a corrente induzida teria um sentido de tal modo que iria somar o campo que lhe deu origem com o campo produzido pela corrente induzida. Este último campo provocaria um aumento de fluxo através do circuito e, conseqüentemente, uma corrente induzida maior, que, por sua vez, produziria um campo ainda maior. Este facto contraria o principio de Conservação de energia, logo o sinal da lei de Faraday é de facto (-).



Suponhamos dois circuitos adjacentes com duas espiras independentes enroladas no mesmo sentido, como representado na figura seguinte.



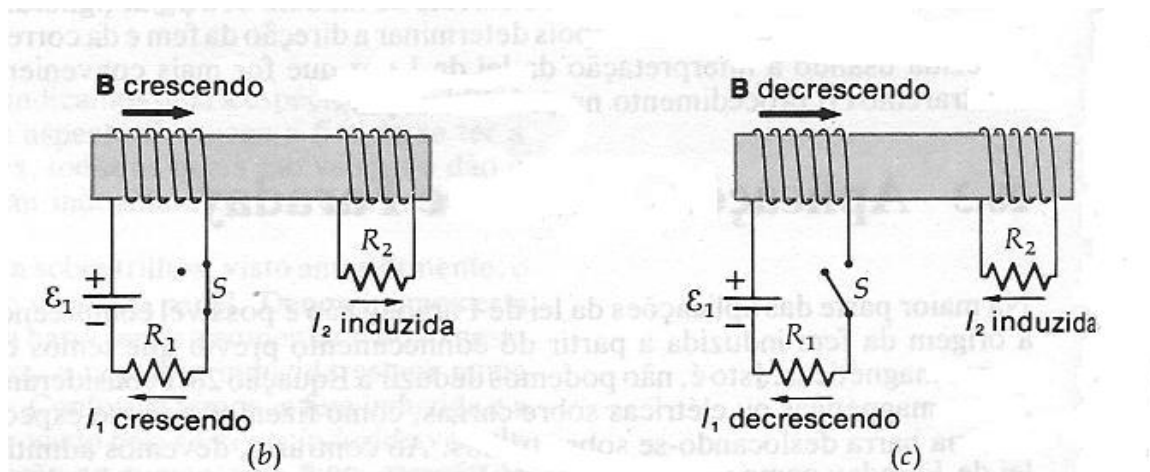
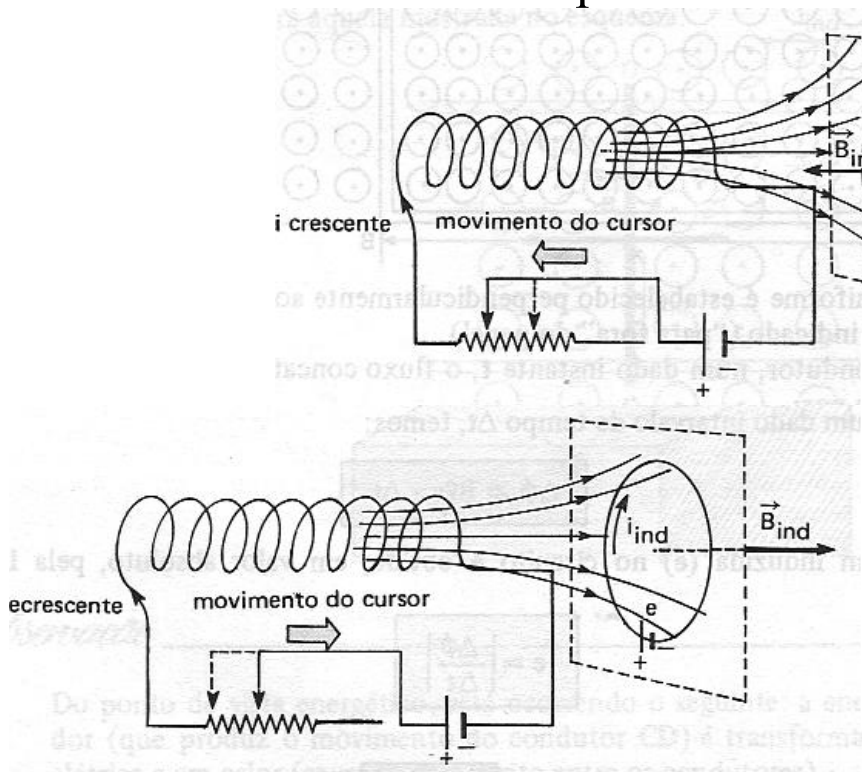


Figura (b) Depois da chave S ser fechada, a corrente I_1 aumenta originando um aumento de fluxo no circuito ①, no sentido indicado. Este aumento de fluxo origina uma corrente induzida no circuito ② tal que o fluxo magnético gerado pela corrente induzida se opõe ao aumento do campo magnético que lhe deu origem.

Figura (c) Depois da chave S ser aberta, a corrente I_1 decresce originando um decréscimo de fluxo no circuito ①, no sentido indicado. Esta diminuição de fluxo origina uma corrente induzida no circuito, com sentido oposta à anterior, tal que o fluxo magnético gerado pela corrente induzida se opõe ao aumento do campo magnético que lhe deu origem.

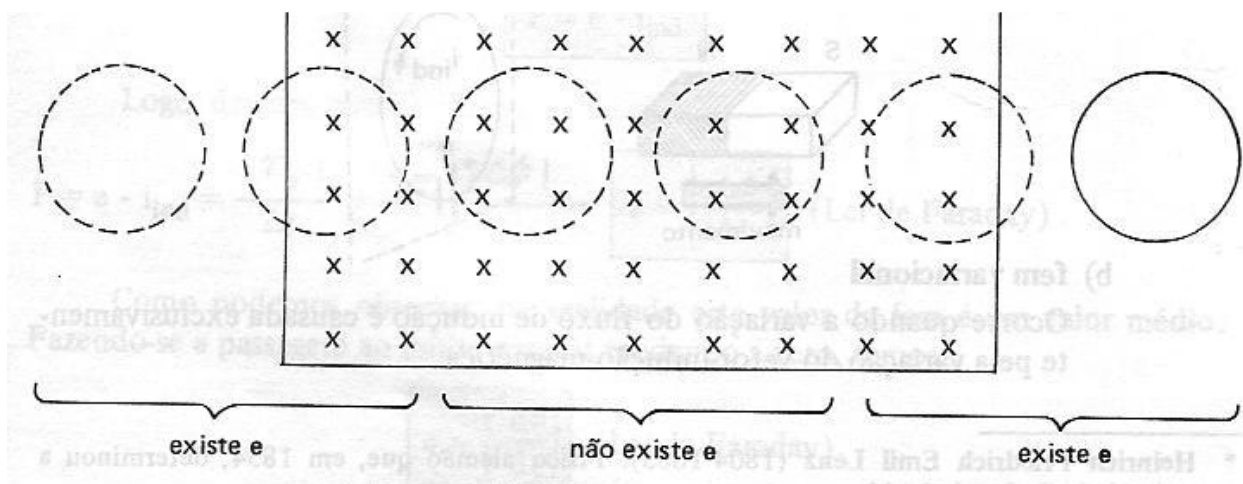
Quando a corrente no circuito ①, atinge o seu valor estacionário, o fluxo magnético é constante e deixa de haver corrente induzida no circuito ②.

Suponhamos um solenóide fixo, alimentado por um gerador e munido de um reóstato. A corrente eléctrica varia conforme se desloca o cursor do reóstato, o que provoca variações de fluxo. Esta variação induz um campo magnético oposto e uma corrente induzida na espira.



No exemplo seguinte uma espira entra num campo magnético uniforme e depois sai dele.

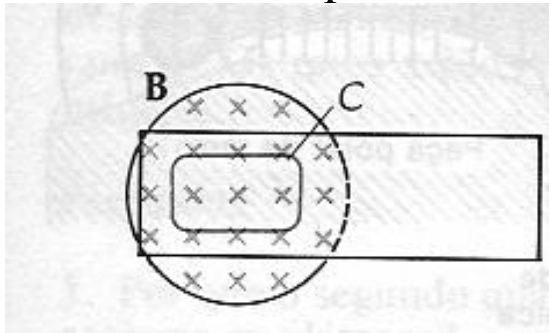
Neste exemplo a variação de fluxo magnético ocorre devido ao movimento relativo entre a fonte do campo e o circuito (espira).



Correntes de Foucault

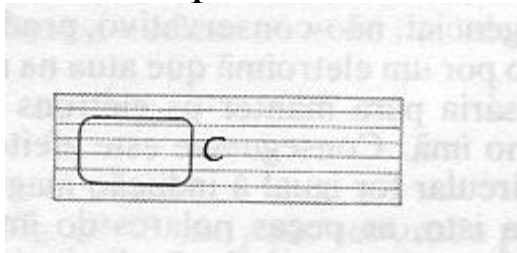
As correntes induzidas não são obtidas apenas em condutores em forma de fio; em condutores maciços também se verificam.

Suponha um bloco de cobre fixo submetido a um campo magnético variável. Dentro do bloco podem ser encontrados alguns percursos fechados, como o que é destacado. Em cada um desses circuitos fechados o fluxo magnético varia com o tempo. Com isso a *f.e.m.* induzida passa a fazer circular no interior do bloco corrente induzidas: correntes de Foucault. A reduzida resistência eléctrica de condutores maciços permite que as correntes de Foucault atinjam intensidades bastante elevadas. Isso aquece o condutor e causa dissipação de consideráveis quantidades de energia.

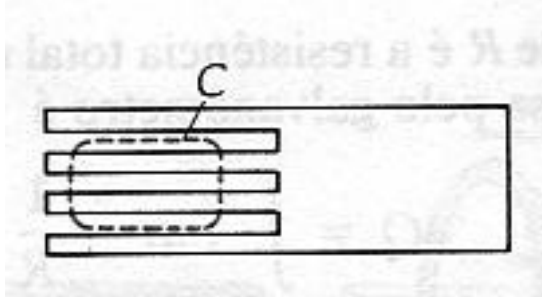


Quando o campo magnético varia induz uma *f.e.m.* em qualquer trajecto fechado do material (p.ex: curva C).

As correntes de Foucault constituem a base de funcionamento de fornos de indução, nos quais fundem-se peças metálicas através do efeito de Joule causado pelas correntes.



Para reduzir as correntes de Foucault (em módulo) e assim gerar menos calor Joule, é substituir o material maciço por material laminado.

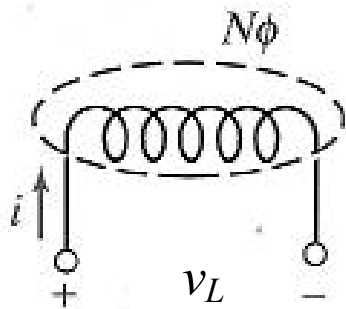


A resistência do trajecto, indicado por C, é agora grande, em virtude do verniz isolante entre as lâminas.

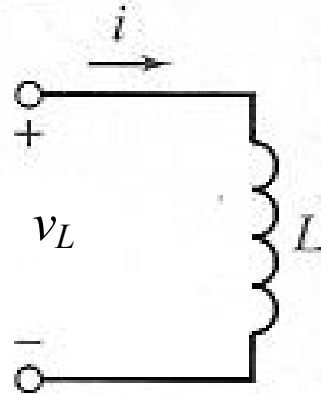
Esse método de quebrar o fluxo de corrente de Foucault e de reduzir o aquecimento de correntes de Foucault é usado em transformadores onde os núcleos são feitos de lâminas que são isolados electricamente uns dos outros ao invés de um único pedaço sólido de material.

Inductância

Tal como existem condensadores para *armazenar energia eléctrica* também há bobinas que são utilizadas para *armazenar energia magnética*.



Modelo de um indutor



símbolo de circuito



Air-core



Iron-core

$$v_L(t) = \frac{d\Psi}{dt} = \frac{dN\Phi}{dt} = N \frac{d\Phi}{dt} \Leftrightarrow v_L(t) = N \frac{d\Phi}{dt}$$

como :

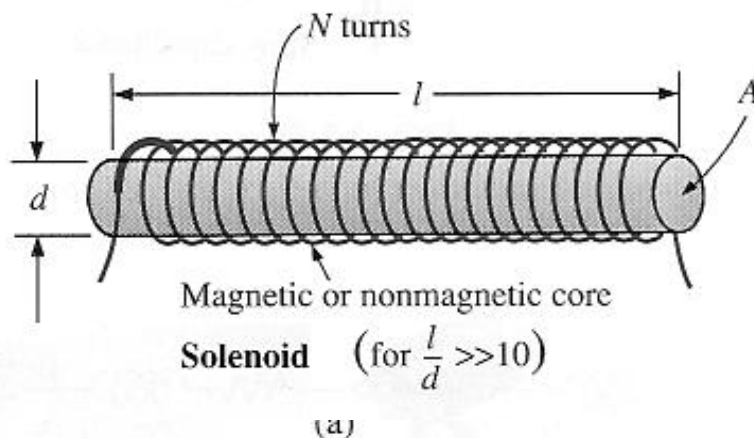
$$\Phi = BA \Leftrightarrow v_L(t) = NA \frac{dB}{dt}$$

Sabendo que para uma bobina de comprimento l e com N espiras:

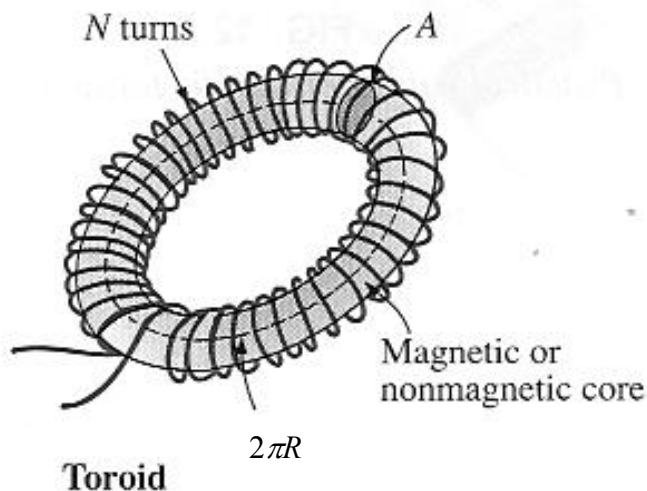
$$B = \frac{\mu N I}{l} \Leftrightarrow v_L(t) = \frac{\mu N^2 A}{l} \frac{di(t)}{dt} \Leftrightarrow \boxed{v_L(t) = L \frac{di(t)}{dt}}$$

“Se uma f.e.m de 1 Volt é induzida no circuito quando a corrente varia à taxa de 1 Ampère por segundo então o circuito tem uma indutância de 1 Henry (L)”

L = indutância é a medida da capacidade de um dispositivo armazenar energia na forma de campo magnético.



$$\boxed{L = \frac{\mu N^2 A}{l}}$$



$$\boxed{L = \frac{\mu N^2 A}{2\pi R}}$$

O fluxo magnético total através de uma bobina de N espiras é:

$$\Phi_m N = BAN \text{ como } B = \frac{\mu I N}{l}$$

$$\text{então : } \Phi_m = \frac{\mu I A N^2}{l}$$

$$\Psi = \Phi_m N = \frac{\mu N^2 A}{l} I = LI \Leftrightarrow L = \frac{\Psi_m}{I} \left[H = \frac{T}{A} \right]$$

“A indutância na bobina é igual ao racio do fluxo magnético total através da bobina”

$$\text{Para uma espira: } L = \frac{N\Phi_m}{I} = \frac{\Phi_m}{I}, N = 1$$

Bobina :

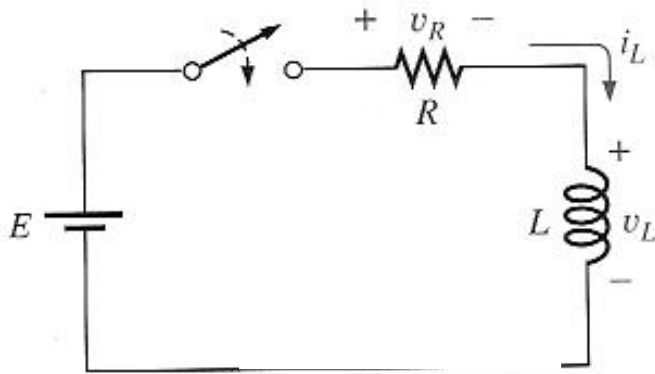
$$\Psi = N\Phi = LI \Leftrightarrow$$

$$N\Phi = \frac{\mu N A}{l} I \Leftrightarrow \Phi \frac{1}{\mu} \frac{l}{A} = NI$$

$$\Leftrightarrow \boxed{\Phi \mathfrak{R} = \mathfrak{I}}$$

Lei de Ohm aplicada ao circuito magnético.

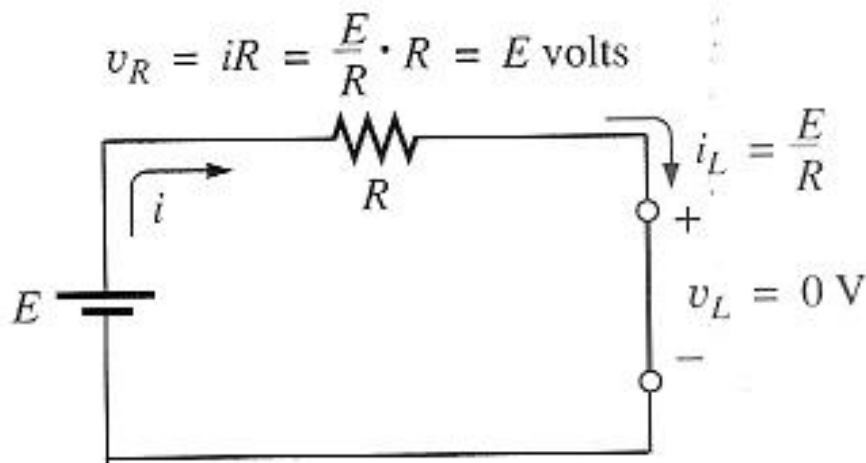
Regime estacionário



$$v(t) = L \frac{di(t)}{dt}$$

Corrente contínua: para a bobina $i(t) = \text{constante}$

$\Leftrightarrow v(t) = L \frac{di(t)}{dt} = 0$ logo a bobina funcionará como curto-circuito !!!!

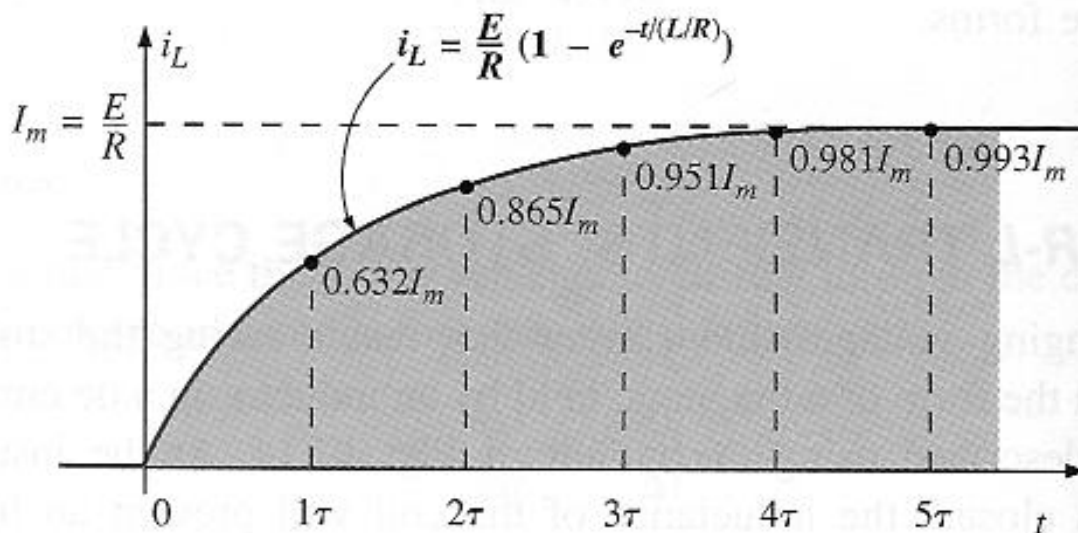


Por outro lado:

$$\Psi = \Phi N = LI \Leftrightarrow \frac{d\Phi}{dt} N \Leftrightarrow L \frac{di(t)}{dt} = v_L(t) \Leftrightarrow \boxed{L = \frac{d\Phi}{di} N}$$

A indutância é proporcional ao numero de espiras de uma bobina e dada pelo fluxo por Ampére.

Armazenamento de energia



A equação da corrente que passa na bobina durante a fase de armazenamento de energia, é dada por:

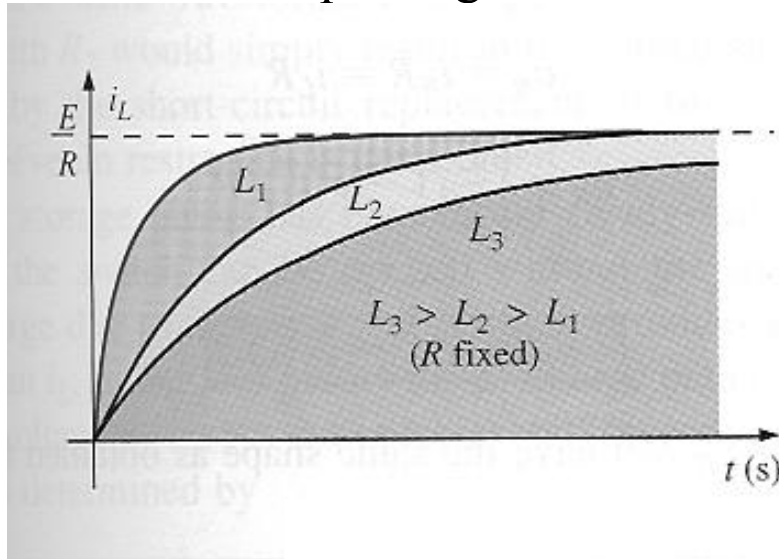
$$i_L = I_m \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right) = \frac{E}{R} \left(1 - e^{-\frac{tR}{L}} \right)$$

O valor máximo da corrente em regime estacionário é $\frac{E}{R}$ e, é esta a razão de variação quando a corrente decresce à medida que o tempo passa.

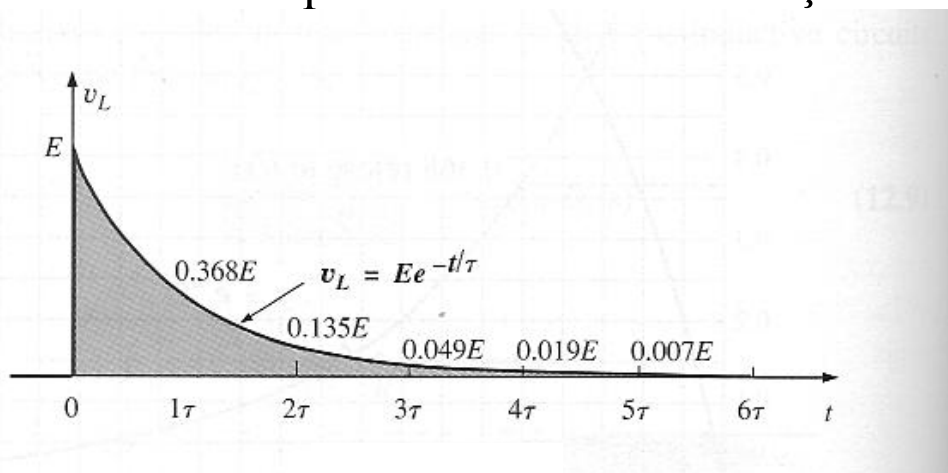
$$\tau = \text{constante de tempo} = \frac{L}{R} \text{ [segundos]}$$

que é uma característica de circuitos indutivos.

Se mantivermos R constante e aumentarmos L , a constante de tempo aumenta. O comportamento em regime transitório para a corrente que passa na bobina é dado pela figura:



Para a maior parte de aplicações práticas considera-se que a fase de armazenamento já alcançou as condições estacionárias quando a corrente alcançou 5τ .



regime transitório: $v_L = Ee^{-t/\tau}$

Para $5\tau \Rightarrow i_L = E/R$, $v_L = 0V$ a bobina funciona como um curto-circuito.

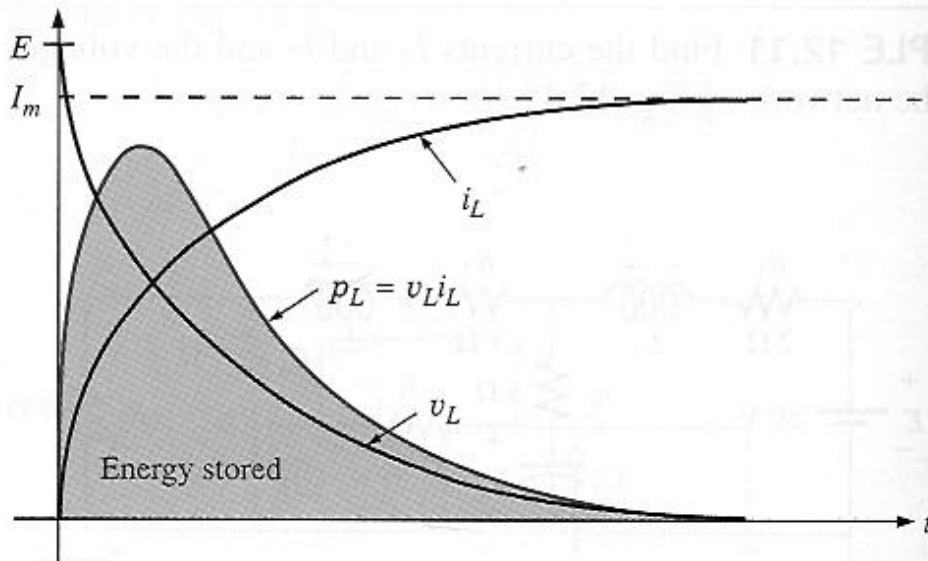
$$v_R = i_R R = i_L R \Leftrightarrow v_R = E/R(1 - e^{-t/\tau})R$$

$$v_R = E(1 - e^{-t/\tau}) \quad \Leftarrow \text{Gráfico igual a } i_L$$

Energia armazenada:

$$W(t_0) = \int_{-\infty}^{t_0} i(t)v(t)dt = \int_{-\infty}^{t_0} Li(t) \frac{di(t)}{dt} dt = \frac{1}{2} L \left[i^2(t) \right]_{-\infty}^{t_0} \Leftrightarrow$$

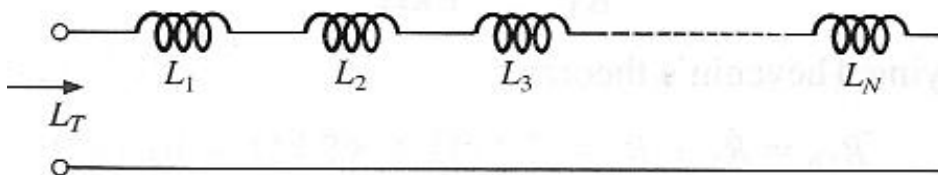
$$W(t_0) = \frac{1}{2} L \left[i^2(t_0) - i^2(-\infty) \right] = \frac{1}{2} L i^2(t_0) \Leftrightarrow W(t_0) = \frac{1}{2} L i^2(t_0)$$



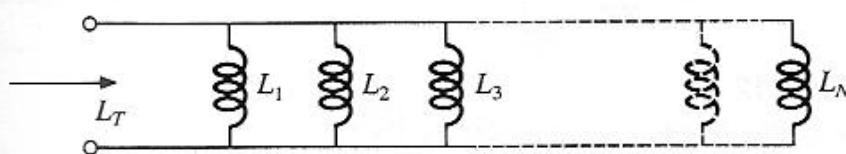
Uma bobina não gera nem dissipa energia armazena energia magnética

Associação de Bobinas

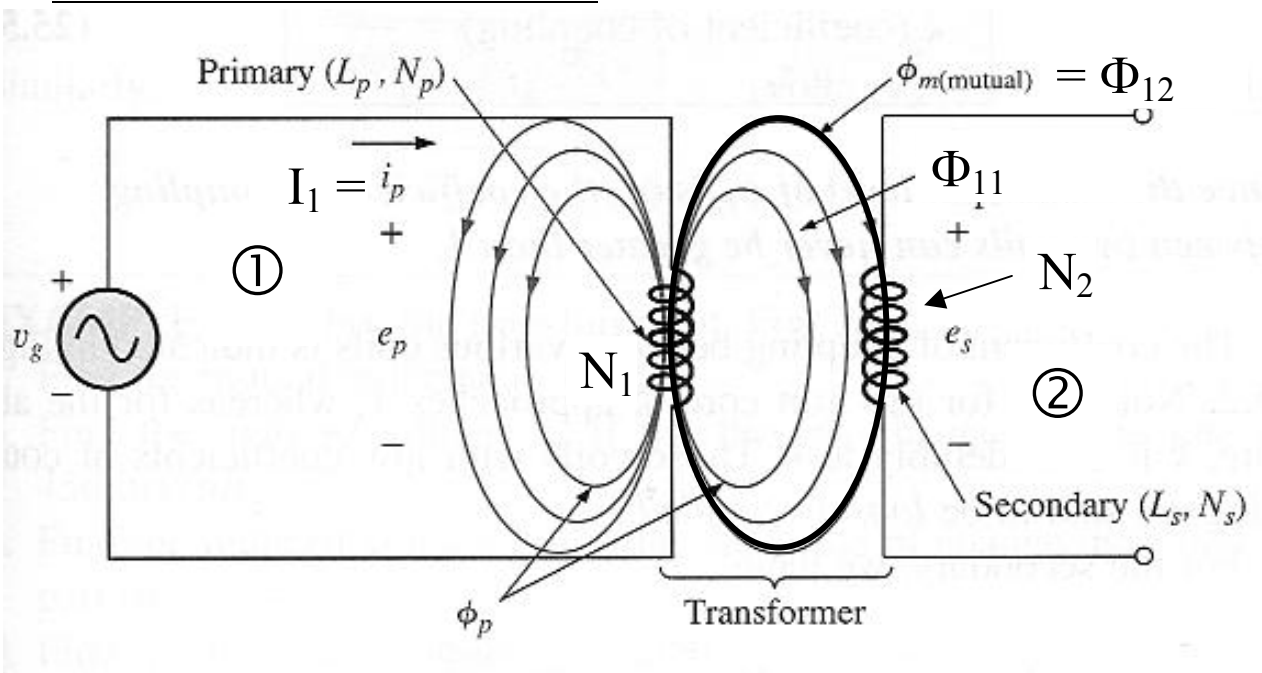
$$L_T = L_1 + L_2 + L_3 + \dots + L_N$$



$$\frac{1}{L_T} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \frac{1}{L_3} + \dots + \frac{1}{L_N}$$



Indutância Mútua



Consideremos a corrente I_1 na bobina ①, variando no tempo. A corrente variável I_1 estabelece um fluxo magnético Φ_1 . Parte desse fluxo abrange apenas a bobina ① (fluxo de perdas) Φ_{11} e a outra parte abrange a bobina ②, Φ_{12} .

$$\Phi_1 = \Phi_{11} + \Phi_{12}$$

A tensão indução na bobina ②, pela Lei de Faraday,

$$v_L(t) = N \frac{d\Phi}{dt}:$$

$$v_2 = N_2 \frac{d\Phi_{12}}{dt}$$

Como Φ_{12} está relacionado à corrente I_1 , v_2 é proporcional à taxa de variação de corrente I_1 , i.e.

$$v_2 = L_M \frac{dI_1}{dt}$$

onde L_M é uma constante proporcionalidade chamada indutância mútua [H] entre duas bobinas.

Assim:

$$v_2 = N_2 \frac{d\Phi_{12}}{dt} = L_M \frac{dI_1}{dt} \Leftrightarrow$$

$$L_M = N_2 \frac{d\Phi_{12}}{dI_1}$$

A indutância mútua de um par de bobinas enroladas no mesmo núcleo de ferro.

O fluxo e a corrente não se relacionam linearmente. Se em lugar do ferro, o meio for o ar, o fluxo e a corrente estariam relacionados linearmente e L_M :

$$L_M = N_2 \frac{\Phi_{12}}{I_1}$$

O acoplamento mútuo é bilateral. Resultados análogos são obtidos se uma corrente I_2 variável circular na bobina②:

$$\Phi_2 = \Phi_{22} + \Phi_{21}$$

$$L_M = N_1 \frac{d\Phi_{21}}{dI_2} \Rightarrow L_M = N_1 \frac{\Phi_{21}}{I_2}$$

núcleo o ferro $\Rightarrow$ núcleo o ar

Coeficiente de Acoplamento, K :

K é utilizado para descrever o grau de ligação magnética entre circuitos.

$$K = \frac{\Phi_{12}}{\Phi_1} = \frac{\Phi_{21}}{\Phi_2}$$

Como $\Phi_{12} \ll \Phi_1$ e $\Phi_{21} \ll \Phi_2$ o máximo valor de K é 1

$\Rightarrow$ $K=1$ ligação magnética perfeita.

Sabendo que, $L_M = N_2 \frac{\Phi_{12}}{I_1}$ e $L_M = N_1 \frac{\Phi_{21}}{I_2}$

$$L_M L_M = N_2 N_1 \frac{\Phi_{12} \Phi_{21}}{I_1 I_2} \leftarrow \begin{cases} \Phi_{12} = K \Phi_1 \\ \Phi_{21} = K \Phi_2 \end{cases}$$

$$L_M^2 = N_2 N_1 \frac{K^2 \Phi_1 \Phi_2}{I_1 I_2} \leftarrow \begin{cases} L_1 = N_1 \frac{\Phi_1}{I_1} \\ L_2 = N_2 \frac{\Phi_2}{I_2} \end{cases}$$

$$L_M^2 = N_2 N_1 \frac{K^2 L_1 L_2}{N_1 N_2}$$

$$L_M^2 = K^2 L_1 L_2 \Leftrightarrow L_M = K \sqrt{L_1 L_2} \Leftrightarrow K = \frac{L_M}{\sqrt{L_1 L_2}}$$

Quando maior a indutância de cada bobina maior a indutância mútua.

Para o ferro e o ar $K \cong 1$