

Capítulo 9

Indução electromagnética

Em 1820, apenas 20 anos após a invenção da pilha voltaica, enquanto o físico dinamarquês Hans Ørsted preparava uma das suas aulas, reparou que cada vez que ligava um circuito eléctrico, uma bússola que se encontrava perto era desviada deixando de apontar para o norte. Foi assim que foi descoberta a produção de campos magnéticos pelos condutores com corrente, que foi um dos temas do capítulo anterior. No ano seguinte vários investigadores dedicaram-se intensivamente a estudar o fenómeno e foram postuladas as leis de Biot-Savart e de Ampère. A produção dum campo magnético a partir de correntes eléctricas, fez suspeitar a vários cientistas que poderia existir o efeito inverso: produção de corrente eléctrica a partir do campo magnético dum íman. Após várias tentativas sem sucesso, em que eram colocados ímanes muito fortes perto de fios condutores, Henry e Faraday descobriram que se o campo magnético fosse alterado rapidamente produzia-se uma corrente. A variação do campo pode ser devida ao movimento do íman que o produz, ou à alteração da corrente que produz esse campo se for o campo dum electro-íman; mas também o movimento de condutores dentro dum campo magnético estático pode induzir correntes.

9.1 Actividade prática

Ligue a bobina a um amperímetro, na escala que permita medir as correntes mais baixas. Desloque o íman rapidamente, perto da bobina, e observe a corrente induzida, medida no amperímetro. No amperímetro digital, observe o sinal da corrente (positiva ou negativa).

9.2 Lei de Faraday

Em 1831 o norte-americano Joseph Henry e, em forma independente, o britânico Michael Faraday, descobriram que a variação do fluxo magnético pode induzir corrente num condutor.

O **fluxo magnético** através de uma superfície calcula-se em forma análoga ao fluxo do campo

eléctrico. Se a componente do campo magnético perpendicular à superfície, B_n , for constante, o fluxo através da superfície será:

$$\Phi = B_n A$$

sendo A a área da superfície. Se B_n não for constante, a superfície deverá ser dividida em pequenos pedaços e o fluxo será a soma dos fluxos em todos os pedaços.

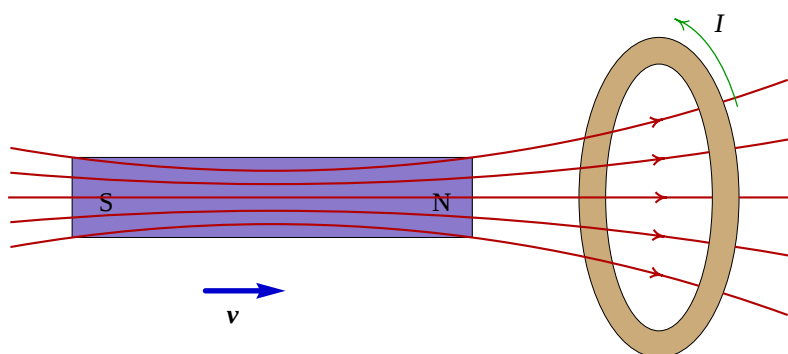
Igual que no caso do campo eléctrico ou qualquer fluido incompressível, o fluxo será o mesmo através de todas as superfícies por onde passem as mesmas linhas de campo. As linhas que passam pela fronteira da superfície delimitam um tubo de fluxo constante.

A lei de Faraday diz que em qualquer circuito fechado, se existir um fluxo magnético variável através da superfície delimitada pelo circuito, aparecerá uma força electro-motriz induzida e, consequentemente uma corrente induzida. Em termos matemáticos, a *fem* induzida, num sentido do circuito, é igual a menos a derivada temporal do fluxo magnético, no sentido da regra da mão direita em relação ao sentido escolhido para o circuito:

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi}{dt}$$

O sinal negativo expressa o facto de que a *fem* induzida tenta sempre contrariar a mudança da variação do fluxo. Isso pode ser dito em forma mais explícita, por meio da **Lei de Lenz**: A força electro-motriz e a corrente induzidas são sempre no sentido que produz um campo magnético induzido que contraria a variação do fluxo magnético externo.

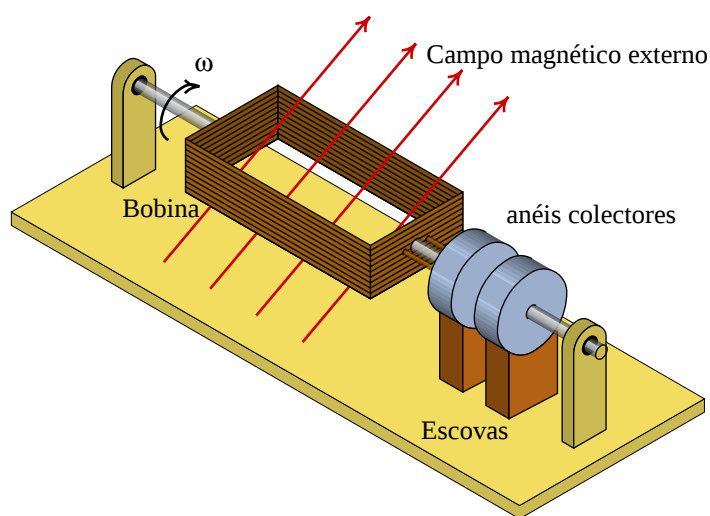
Um exemplo é o caso de um íman que se aproxima de um anel condutor, com velocidade v . O movimento do íman implica variação do fluxo magnético através do anel. Na instante que se mostra na figura seguinte, o fluxo magnético no anel, é no sentido de esquerda para direita, e está a aumentar:



aparecerá uma corrente induzida no anel, que produza fluxo magnético de direita para esquerda, para contrariar o aumento do fluxo. Assim, o campo magnético induzido aponta para a esquerda, o que implica que a corrente e a *fem* induzidas no anel são no sentido que se mostra na figura. É como se tivesse sido ligada uma pilha no anel.

9.3 Gerador de corrente alternada

No exemplo do íman em movimento, a variação do fluxo era devida ao deslocamento das linhas de campo magnético. A variação do fluxo magnético pode ser devida também ao movimento do circuito dentro de um campo magnético constante, como acontece num gerador de corrente alternada, composto por uma bobina que se faz rodar dentro de um campo magnético; o fio onde começa a bobina está soldado a um anél condutor e o fim do fio, depois de ser enrolado na bobina, solda-se a outro anel condutor; esses dois anéis mantêm o contacto com duas escovas, enquanto a bobina roda, de forma que a diferença de potencial entre as escovas é igual à diferença de potencial na bobina toda.



O fluxo através da bobina é: o

$$\Phi = BA \cos \theta$$

onde A é a área da bobina, B o campo médio, e θ o ângulo entre o campo e a normal à bobina.

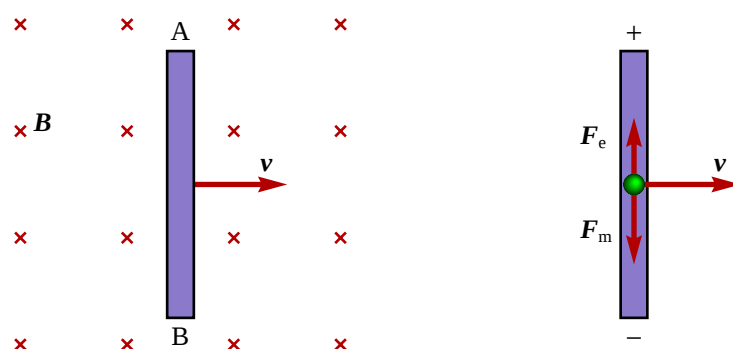
Se a bobina roda com velocidade angular constante, ω , o ângulo θ , em função do tempo, é dado por $\omega t + \theta_0$. Assim, a derivada do fluxo magnético, em função do tempo, será igual a:

$$\Delta V = NBA \omega \sin(\omega t + \theta_0)$$

essa será a diferença de potencial obtida entre as duas escovas condutoras.

9.4 Indução em condutores em movimento

Em alguns casos, a origem da força electro-motriz induzida pode ser associada à força magnética sobre as cargas de condução. Por exemplo, uma barra condutora em movimento dentro de um campo magnético uniforme:



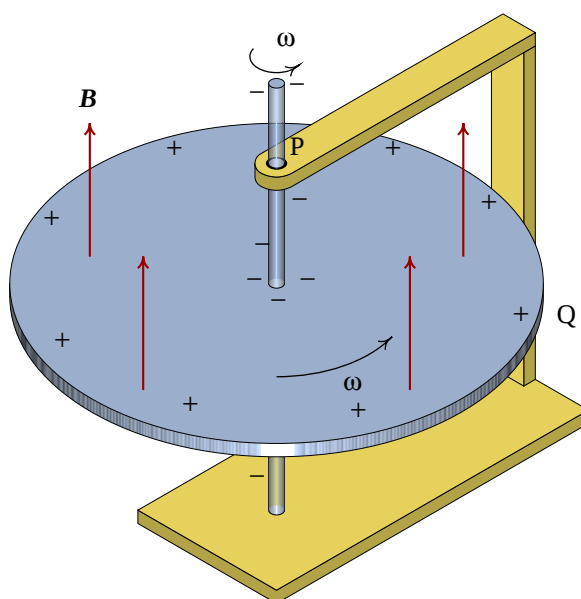
a força magnética sobre os electrões, F_m , faz acumular cargas negativas e positivas nos extremos da barra, criando um campo eléctrico induzido, de cima para baixo. O campo eléctrico induzido produz uma força eléctrica sobre os electrões de condução, F_e , que contraria a força magnética; no instante em que houver suficientes cargas nos extremos para que a força eléctrica seja igual e oposta à força magnética, a carga acumulada permanece constante e o campo induzido, nesse regime estacionário, é:

$$\vec{E}_i = -\vec{v} \times \vec{B}$$

a *fem* induzida é a diferença de potencial entre os extremos, nomeadamente, se o comprimento da barra for l , a *fem* induzida será:

$$\varepsilon_i = -l |\vec{v} \times \vec{B}|$$

9.5 Gerador de Faraday



Um tipo de gerador de tensão contínua, inventado por Faraday, consiste num disco condutor, de raio R , que roda dentro de um campo magnético perpendicular a ele.

A força centrípeta que actua sobre um electrão, que se encontre a uma distância r do centro, é:

$$e(B\omega r - E_i) = m\omega^2 r$$

como a relação entre a carga elementar e a massa do electrão, e/m , é muito pequena, o lado direito da equação anterior pode ser desprezado para valores típicos do campo magnético e da velocidade angular. O campo eléctrico induzido é:

$$E_i = B\omega r$$

A diferença de potencial entre os pontos P e Q é:

$$V_Q - V_P = \int_0^R E_i dr = \frac{1}{2} B\omega R^2$$

O gerador de Faraday também pode ser usado como motor: se entre os pontos P e Q se ligar uma diferença de potencial, o disco começará a rodar, com uma velocidade angular que será directamente proporcional à corrente que circula pelo disco. Esse tipo de motor é muito usado nos contadores do consumo eléctrico nas residências; o número de voltas do disco durante um período fica registado num contador, e será equivalente à energia eléctrica utilizada durante esse período.

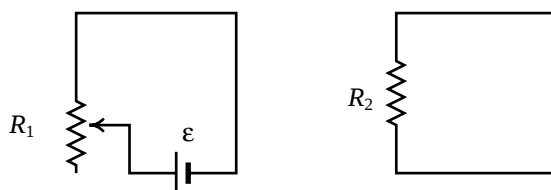
9.6 Indutância

A corrente num circuito produz campo magnético e, portanto, fluxo magnético. Assim, qualquer variação da corrente conduzirá a forças electro-motrizas induzidas no circuito.

Se, por exemplo, fecharmos um interruptor num circuito de corrente contínua, a corrente não aumenta instantaneamente desde zero até um valor estacionário, devido à indutância do circuito. A tendência da corrente a aumentar bruscamente será contrariada por uma corrente induzida oposta, que regula o aumento da corrente em forma gradual. Igualmente, quando se abrir o interruptor a corrente não passará a ser nula em forma instantânea mais em forma gradual.

9.7 Indutância mútua

Imaginemos dois circuitos, um ao lado do outro. No primeiro circuito está ligada uma pilha que produz uma corrente, existindo uma resistência variável que permite alterar a intensidade dessa corrente. No segundo circuito não está ligada nenhuma fonte:



A corrente no circuito 1 (lado esquerdo) produz fluxo magnético dentro do circuito 2, que deverá ser directamente proporcional à corrente I_1 , que produz esse campo magnético:

$$\Phi_2 = -M I_1$$

onde M é uma constante chamada **indutância mútua**, que depende da forma dos circuitos e da distância entre eles.

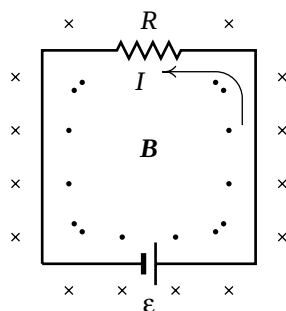
A variação da corrente no circuito 1 induz uma força electro-motriz no circuito 2:

$$\varepsilon_2 = M \frac{dI_1}{dt}$$

No sistema internacional, a unidade da indutância (volt vezes segundo, sobre ampere) é o **henry**, representada pela letra H.

9.8 Auto-indutância

A corrente num circuito produz um campo magnético com linhas de campo que produzem fluxos de sentido contrário na área delimitada pelo circuito e no exterior do circuito:



De acordo com a lei de Biot-Savart, o campo magnético produzido pelo circuito é directamente proporcional à corrente. Portanto, o fluxo magnético produzido por um circuito sobre si próprio, e proporcional à corrente:

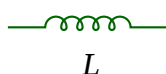
$$\Phi = LI$$

a constante L é a auto-indutância do circuito. A *fem* auto-induzida no próprio circuito é:

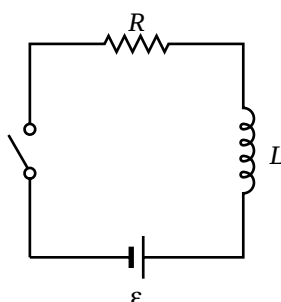
$$\varepsilon_i = -L \frac{dI}{dt}$$

Quanto maior for a área do circuito, maior será a sua auto-indutância. Para evitar uma auto-indutância elevada, que pode ser indesejada no caso de correntes variáveis, a fonte num circuito não se liga como na figura acima, mas com dois fios colados uma ao lado do outro que ligam o dispositivo à fonte. Assim, reduz-se a área interna do circuito.

Nas partes do circuito onde se deseja que a indutância seja elevada, ligam-se bobinas com várias voltas e, portanto, com área interna elevada. Esses **indutores** representam-se nos diagramas de circuito com o símbolo seguinte:



L representa o valor da sua indutância, medida em henrys no sistema internacional. A auto-indução total do circuito pode ser representada com esse elemento, em alguma parte do circuito. Na análise do circuito, esse símbolo é interpretado como a existência de uma fonte, com tensão igual a $-LdI/dt$, oposta ao sentido da corrente. Por exemplo, no circuito na figura seguinte, L representa a indutância total do circuito, e R a resistência total:



Quando o interruptor for fechado, circulará uma corrente I em sentido anti-horário, e a equação da malha será:

$$IR = \varepsilon - L \frac{dI}{dt}$$

o sinal negativo é importante e garante sempre o sentido correcto da *fem* induzida.

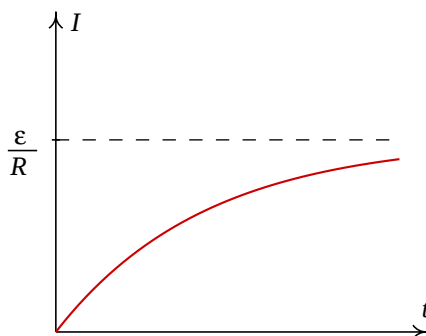
O indutor produz uma **força contraelectro-motriz**. Se a indutância for elevada, a corrente aumenta lentamente para o seu valor estacionário. Se $t = 0$ representar o instante em que se fecha o interruptor, a condição inicial que permite resolver a equação diferencial acima é $I(t = 0) = 0$.

Este circuito é análogo ao circuito que estudamos na secção 5.3 (acumulação de carga num condensador). Nesse caso a carga não podia aumentar instantaneamente para o seu valor estacionário, devido à força repulsiva das cargas já existentes no condensador. Comparando

a equação diferencial nessa secção com a equação acima, podemos obter a solução neste caso, por comparação, substituindo a carga pela corrente, ε/R por ε/L , e a constante de tempo RC por L/R . Assim, a corrente em função do tempo é:

$$I = \frac{\varepsilon}{R} \left(1 - e^{-Rt/L}\right)$$

representada pelo gráfico seguinte.

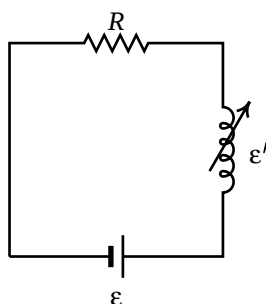


De salientar que L/R tem unidades de tempo, e dá uma ideia da rapidez com que a corrente atinge o seu valor estacionário, ou decresce quando o interruptor for aberto. Neste caso, o indutor actua como uma resistência variável, muito elevada no instante inicial e aproximando-se para zero, quando t for muito maior que a constante de tempo L/R .

9.9 Motores de corrente contínua

Quando um motor é submetido a uma carga, este roda mais lentamente. Por exemplo, um berbequim roda mais rapidamente quando a broca roda livremente, do que quando a broca está a furar um material; no entanto, a corrente no berbequim é maior quando se está a furar o material. A primeira vista parece um paradoxo que quando o motor recebe uma corrente maior roda mais lentamente!

A explicação desse fenómeno é que um motor, por ter uma bobina, dentro de um campo externo forte, tem uma indutância muito elevada. Devido à inversão do sentido da corrente em cada rotação, no motor existe sempre uma força contraelectro-motriz, ε_i , que é maior quanto mais rápido rodar o motor:



A indutância neste caso é principalmente devida ao campo magnético externo e não apenas a auto-indutância. Se a *fem* externa que mantém o motor em movimento for $\mathcal{E}$, a equação do sistema será:

$$IR + \mathcal{E}_i = \mathcal{E}$$

Quanto mais rapidamente roda o motor, maior é $\mathcal{E}_i$ e menor é a corrente. Claro está que a velocidade angular não pode aumentar indefinidamente porque o seu aumento também faz aumentar a força contraelectro-motriz; a velocidade angular atinge um valor de equilíbrio.

Multiplicando os dois lados da equação anterior por I obtemos uma relação para a potência:

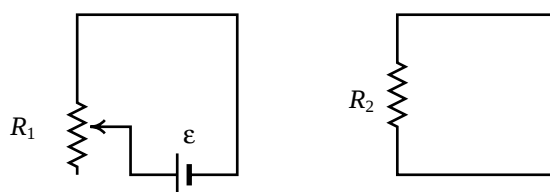
$$I^2 R + I\mathcal{E}_i = I\mathcal{E}$$

O primeiro termo é a potência dissipada em calor, o segundo termo é a potência convertida em trabalho mecânico e o termo à direita é a potência fornecida pela fonte.

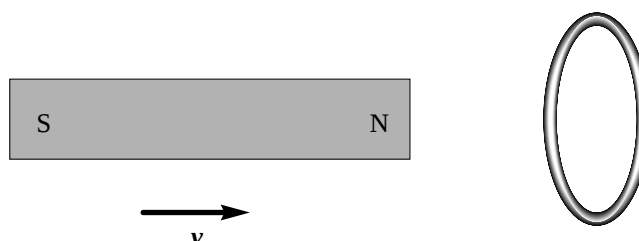
9.10 Perguntas e problemas

1. Uma espira de fio condutor desloca-se, com velocidade constante, dentro de uma região onde existe um campo magnético uniforme, perpendicular ao plano da espira. A *fem* induzida nos terminais da espira será:
 - (a) Variável com o tempo.
 - (b) Constante.
 - (c) Negativa.
 - (d) Positiva.
 - (e) Nula.
2. Se o número de espiras numa bobina for aumentado para o dobro, e a corrente através da bobina reduzida para metade, mantendo outras propriedades constantes (área das espiras, forma, etc.), a sua auto-indutância:
 - (a) Não se altera.
 - (b) Aumenta para o dobro.
 - (c) Diminui para metade.
 - (d) Aumenta quatro vezes.
 - (e) Nenhuma das anteriores.
3. Quando um comboio com motor eléctrico está a subir um declive, está a consumir potência eléctrica proveniente de uma central eléctrica. No seu modo mais eficiente de operação, quando o comboio estiver a descer:

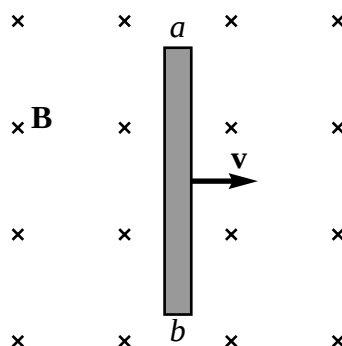
- (a) Deverá consumir ainda maior potência.
 (b) Poderá gerar potência eléctrica que pode ser alimentada de volta para a central.
 (c) Não vai nem consumir nem gerar potência eléctrica.
 (d) Consome a mesma quantidade de potência.
 (e) Nenhuma das anteriores.
4. Indique o sentido da corrente induzida no circuito da direita, quando a resistência no circuito da esquerda é, subitamente: (a) Aumentada. (b) Reduzida.



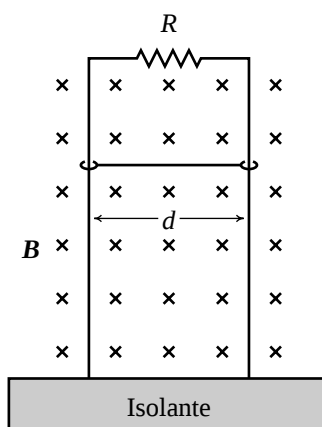
5. Um ímã desloca-se a velocidade constante sobre o eixo de uma espira, como mostra a figura.



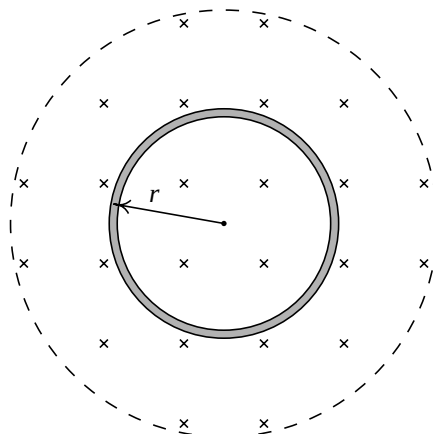
- (a) Faça um esquema qualitativo do fluxo magnético Φ através da espira em função do tempo t . Indique o instante t_1 em que o ímã está a meio da travessia da espira. (b) Desenhe o gráfico da corrente I na espira em função do tempo.
6. Uma barra metálica de comprimento $l = 9$ cm desloca-se com velocidade constante $v = 18$ cm/s, dentro de um campo magnético uniforme $B = 3.5$ G, perpendicular à barra (ver figura). Calcule a diferença de potencial $V_a - V_b$.



7. Um avião Boeing 747 tem um comprimento total de 60 m entre as pontas das asas. O avião voa a 800 km/h e a uma altitude constante, em direcção sul-norte, numa região onde o campo magnético da Terra é 0.5 G, formando um ângulo de 60° com a vertical. Calcule a diferença de potencial induzida entre as pontas das asas.
8. Uma espira quadrada de cobre, com 4 cm de lado, encontra-se sobre a superfície horizontal de uma mesa. Um electro-íman está colocado em cima da mesa, com o seu pólo norte um pouco acima e à esquerda da espira, de maneira que o campo de indução magnética é aproximadamente uniforme e aponta para baixo através da espira, formando um ângulo de 30° com a vertical. Calcule a *fem* média induzida na espira à medida que o campo de indução magnética varia desde zero até ao seu valor final de 0.5 T, num intervalo de tempo igual a 200 ms. Em que sentido será a corrente induzida?
9. Na figura, uma barra condutora de comprimento d e massa m , desliza sobre dois trilhos metálicos verticais, dentro de um campo magnético $\vec{B}$, uniforme. A resistência dos trilhos e da barra são desprezáveis em relação a R . A barra mantém sempre o contacto com os trilhos mas o atrito com eles, assim como o atrito com o ar, são também desprezíveis. Quando a barra começa a cair livremente, o seu movimento é inicialmente acelerado, mas atinge logo uma velocidade constante v . Calcule a velocidade limite v .



10. No interior do círculo a tracejado na figura, existe um campo de indução magnética apontando para dentro do papel e com módulo igual a $0.6e^{-t/15}$ (unidades SI, t = tempo). Calcule o módulo, direcção e sentido do campo eléctrico induzido dentro do anel condutor de raio $r = 9$ cm.



9.11 Respostas

1. e .
2. d .
3. b .
4. (a) Anti-horário. (b) Horário
5. O fluxo aumenta até um valor máximo em t_1 e a seguir diminui. A corrente diminui até zero, em t_1 , e continua a diminuir, mudando de sinal.
6. $5.67 \times 10^{-6} \text{ V}$
7. 0.33 V
8. 3.5 mV
9. $v = \frac{mgR}{B^2 d^2}$
10. $E_i = 0.0018 e^{-t/15}$, na direcção tangente ao anel e no sentido horário.